

Intelligence artificielle pour le diagnostic de l'oscillation de Madden-Julian par post-traitement d'un modèle de prévision intra-saisonnière

R. KÖTH ^{*1}, Q-P. DUONG², S. MALARDEL ² et H. VÉRÈMES²

¹ INPT-ENM, Toulouse, France.

² LACy, Université de La Réunion, Météo-France, CNRS, Saint-Denis, Réunion, France.

11 août 2021

RÉSUMÉ

Cette étude s'inscrit dans un contexte de prévision aux échéances intra-saisonnières, de 2 semaines à 2 mois, qui a été assez peu explorée jusqu'à récemment et pourtant particulièrement importante sur les bassins cycloniques. Nous nous concentrons dans le cadre de ce projet sur le diagnostic de l'oscillation de Madden-Julian (MJO). L'objectif de ce travail est d'abord d'évaluer la capacité de différentes méthodes d'IA à détecter la phase et l'intensité de la MJO à l'échéance 0 (*i.e.* en mode analyse). Ensuite, l'objectif est d'appliquer ces méthodes à la prévision de MJO pour des échéances allant jusqu'à la semaine 4 voire au delà. Notre diagnostic de la MJO repose sur une régression de l'indice RMM (Real-time Multivariate MJO). Le prédicteur est l'indice RMM de l'analyse du BoM. Les prédicteurs sont différents champs du modèle S2S global de ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts). Les méthodes d'Intelligence Artificielle (IA) mises en oeuvre relèvent à la fois du machine learning et du deep learning. Nous avons montré que les méthodes de régression par IA sont capables d'établir un bon diagnostic de l'indice RMM de la MJO. Nous avons mis en évidence la double nature de cette tâche : diagnostic de l'indice RMM et débiaisage du modèle par rapport à l'analyse du BoM. Parmi les modèles mis en oeuvre, le SVR (Support Vector Regressor) s'est avéré être le modèle le plus performant, avec une précision de 71% sur le diagnostic de la phase d'une MJO intense. En revanche, il faut noter sa tendance à sous-estimer l'intensité de la MJO, avec une erreur sur l'amplitude de -0.27. En mode prévision, cette méthode d'IA s'est montrée performante en permettant d'améliorer la prévision de MJO. Elle permet à la fois d'obtenir des prévisions plus fiables et de repousser le seuil de prévisibilité de 1 à 2 jours.

Mots clés: IA, MJO, S2S.

Introduction

La prévision aux échéances intra-saisonnières, c'est à dire de 2 semaines à 2 mois, a été assez peu explorée jusqu'à récemment. L'objectif du projet S2S (Subseasonal-to-Seasonal), débuté en 2013, est ainsi de réduire le fossé de prévisibilité entre les courtes et moyennes échéances et les échéances saisonnières et climatiques (Brunet et al. 2010). Cette prévision intra-saisonnière est particulièrement importante sur les bassins cycloniques. Le projet PISSARO (Prévisions Intra-Saisonnières à Saisonnières avec AROme) constitue une passerelle entre recherche, prévision opérationnelle et acteurs de terrain sur le bassin Sud-Ouest de l'Océan Indien (SOOI). Il s'intéresse aux phénomènes météorologiques à risques tels que l'activité cyclonique ou les fortes précipitations. La prévisibilité des cyclones tropicaux dans le bassin SOOI est fortement liée à la prévisibilité de l'Oscillation de Madden-Julian

(MJO) et des ondes tropicales (Ondes de Kelvin et de Rossby-gravité) qui se propagent en été austral. Dans le cadre de ce travail, nous nous concentrerons sur la prévision de la MJO. Les modèles globaux actuels prévoient bien en général la MJO pour les échéances jusqu'à 2 à 4 semaines (Kim et al. 2018). Au-delà, le signal s'affaiblit et devient plus complexe à détecter. Différentes études ont été menées concernant le diagnostic de MJO par Intelligence Artificielle (IA). Dasgupta et al. (2020) propose une reconstruction de RMM du passé par régression à partir de champs de pression au niveau de la mer, dans le but d'étudier la variabilité multi décennale de la MJO. Toms et al. (2020) présente deux méthodes d'interprétation des réseaux de neurones et met en évidence la capacité de l'IA à apprendre les situations météorologiques pertinentes pour la classification des phases de la MJO.

L'approche choisie dans ce projet est d'établir une prévision de MJO par régression de l'indice RMM, à partir de différents champs prévus par un modèle S2S de prévision numérique du temps (PNT). L'indice Real-time Multivariate MJO (RMM) permet de définir la phase et l'intensité de la MJO chaque jour et est couramment utilisé pour diagnostiquer la MJO (Wheeler and Hendon 2004). Il y a deux objectifs principaux à ce projet. Tout d'abord, il s'agit d'explorer dans quelle mesure les méthodes d'IA permettent de diagnostiquer la MJO. Ensuite, il s'agit d'évaluer si le post-traitement de la prévision numérique par l'IA permet ou non une amélioration, par rapport à une prévision plus directe de la MJO.

En premier lieu, nous exposons le contexte scientifique de nos travaux (sec. 1) en présentant la MJO et l'IA. Ensuite, nous présentons les données (sec. 2) et les différentes méthodes que nous avons déployées (sec. 3). Dans la sec. 4 nous proposons un récapitulatif des différents résultats ainsi que leur analyse. Enfin, nous concluons et discutons des perspectives en sec. 5.

1 Contexte scientifique

Nous présentons tout d'abord la MJO puis l'IA de manière générale.

1.1 L'oscillation de Madden-Julian

L'oscillation de Madden-Julian constitue le mode principal de variabilité de l'atmosphère à l'échelle intra-saisonnière et impacte largement le globe, et en particulier la formation des cyclones tropicaux. C'est un phénomène propagatif vers l'Est, sur une période de l'ordre de 30 à 80 jours. La MJO a été décrite pour la première fois dans Madden and Julian (1971). La MJO est caractérisée par deux phases, présentes en même temps sur le globe et opposées en longitudes. La première est dite active. Il s'agit d'une zone d'anomalie de convection profonde (basse pression au niveau de la mer,

*Contact : remy.koth@meteo.fr

vents zonaux convergents en basses couches et divergents à la tropopause). La deuxième phase est dite inactive. Il s'agit d'une zone d'anomalie de subsidence de grande échelle (haute pression au niveau de la mer). Ces deux phases font le tour du globe en se déplaçant lentement vers l'est, à une vitesse de l'ordre de 5 m.s^{-1} . À chaque instant, ce schéma est plus ou moins marqué. On parle alors de MJO plus ou moins intense.

Plusieurs paramètres permettent de détecter et suivre le schéma conceptuel présenté plus haut. L'OLR (Outgoing Longwave Radiation, en watt.m^{-2}) est une mesure par satellite de la quantité d'énergie émise dans l'infrarouge vers l'espace par la surface terrestre, les océans et l'atmosphère. Les faibles valeurs d'OLR correspondent à des températures froides, à des sommets nuageux froids, donc à des nuages dont le sommet est élevé. C'est un traceur de la convection profonde. Les composantes zonales du vent à 850 hPa (U850) et à 200 hPa (U200) (en m.s^{-1}) en constituent un autre traceur car elles permettent de rendre compte, respectivement, de la convergence en basses couches et de la divergence d'altitude.

L'indice RMM est très largement utilisée afin de détecter la MJO. Il a été élaboré par [Wheeler and Hendon \(2004\)](#) et permet de caractériser la MJO en temps réel ou en mode prévision à partir de données quotidiennes non filtrées. Cette méthode repose sur l'Analyse en Composantes Principales (ACP) de trois variables combinées : l'OLR, U850 et U200. Les deux séries temporelles obtenues, notées RMM1 et RMM2, constituent ce que l'on appelle l'indice RMM. L'évolution temporelle de l'indice RMM est représentée sous forme de nuage de points dans l'espace de phases (RMM2 en fonction de RMM1). D'une part, la distance au centre du graphique correspond à l'intensité de la MJO. D'autre part, la position du point dans cet espace nous renseigne sur la localisation de la MJO sur le globe. Il est utile de noter que cette représentation n'est pas parfaite et ne permet pas toujours de rendre compte correctement de l'état de la MJO.

1.2 L'intelligence artificielle

L'IA désigne un vaste ensemble de techniques visant à simuler l'intelligence humaine et présente de nombreuses applications. Dans le domaine de la prévision météo-climatique, l'IA peut être utilisée seule ou en complément d'un modèle de Prévision Numérique du Temps (PNT), soit en remplacement d'un de ses modules, soit par post-traitement de ses sorties (ce que nous faisons dans cette étude). Une catégorie d'IA est qualifiée d'apprentissage automatique (ou machine learning) quand l'algorithme apprend, s'affine au fur et à mesure de son utilisation et des cas qui lui sont présentés. Un sous-domaine à distinguer au sein de l'apprentissage automatique est celui des réseaux de neurones. Ils sont construits par succession de couches de neurones formels. Si le réseau comporte plus de deux couches, on dit que c'est un réseau de neurones profond et on parle d'apprentissage profond (deep learning).

Nous nous plaçons ici dans un cadre d'apprentissage supervisé : les données à partir desquelles le modèle apprend (les champs du modèle de PNT) sont étiquetées, l'information recherchée (l'indice RMM associé) est connue. Une fois le modèle entraîné sur un ensemble d'apprentissage (train), sa capacité à retrouver l'étiquette est évaluée sur un ensemble test. Lors de la phase d'apprentissage, les paramètres du modèle sont ajustés par un algorithme d'optimisation, qui minimise une fonction coût prédéterminée. Nous faisons dans cette étude de la régression : il s'agit d'estimer un prédicteur¹ (l'indice RMM) à partir de plusieurs prédicteurs² (les champs du modèle de PNT). Nous avons utilisé pour cela diffé-

rentes techniques d'apprentissage automatique supervisé, dont du deep learning.

2 Données

Les données que nous utilisons sont à la fois des analyses (pour prédicteurs) et des champs de sortie de modèle (pour prédicands).

Notre apprentissage s'effectue avec pour prédicand l'indice RMM de l'analyse temps réel du BoM. Nous disposons d'un indice par jour sur la période de juin 1974 au présent (excepté mars à décembre 1978).

Les prédicteurs de notre apprentissage sont les champs du modèle global ensembliste S2S de ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) : EPS (Ensemble Prediction System). Nous travaillons avec la version de re-prévision (re-forecast) de ce modèle, pour disposer d'un ensemble homogène en terme de version (CY46R1) sur 20 ans, de 2000 à 2019. Dans le temps imparti au projet, nous avons exploité uniquement le membre de contrôle. Nous entraînons nos modèles statistiques sur les données de 2000 à 2014 (échantillon train) et les évaluons sur les années 2015 à 2019 (échantillon test). Le modèle dispose de 1 membre de contrôle et de 10 membres perturbés et tourne 2 fois par semaine sur des échéances allant jusqu'à 32 jours par pas de 24 heures. Sa résolution spatiale est de 1.5° sur l'horizontale, à différents niveaux verticaux. Les variables que nous utilisons sont l'OLR, U850, U200 et TCW (Total Column Water, en kg.m^{-2}), qui est également un traceur de la convection profonde.

La prévision de MJO faisant référence dans cette étude correspond aux indices RMM du modèle de ECMWF, calculés de manière classique ([Wheeler and Hendon 2004](#)). Comme pour les sorties directes du modèle, nous disposons de 20 ans (2000-2019) de données homogènes issues de la version CY46R1.

3 Méthodes

Avant d'appliquer un modèle statistique, chaque prédicteur est normalisé. Cela permet au modèle d'avoir des valeurs comparables d'un prédicteur à l'autre et aide à sa convergence. Nous appliquons une standardisation, qui consiste à centrer et réduire la distribution (soustraire la moyenne et diviser par l'écart type). Il est souvent utile de normaliser également les prédicands. Dans notre cas, ce sont les RMM construits par ACP, donc déjà normalisés par définition.

Nous avons confronté plusieurs modèles de machine learning à notre problème. Le modèle le plus simple est celui de la régression linéaire. Son algorithme d'optimisation est celui des moindres carrés et vise à minimiser l'erreur quadratique moyenne (Mean Squared Error, MSE). Le Support Vector Regressor (SVR) est un modèle de machine learning qui donne des résultats satisfaisants dans le cadre de notre étude. Il s'agit d'une méthode non linéaire. En effet, on applique à l'espace d'entrée une transformation par un noyau RBF (Radial Basis Function), en augmentant le nombre de dimensions, dans le but de passer à un espace dans lequel la régression linéaire est possible. L'objectif du SVR est alors d'ajuster au mieux la droite de régression sur les données, en définissant une zone de tolérance de part et d'autre. Les points étant dans cette zone de tolérance sont considérés comme correctement prévus par la régression et ne sont pas comptabilisés par la fonction coût. L'objectif de l'algorithme d'optimisation est de maximiser le nombre de points dans la zone de tolérance tout en minimisant les erreurs des points à l'extérieur. Nous avons mis à l'épreuve de notre étude d'autres modèles, qui ne se sont pas avérés performants : un modèle de régression par k plus proches voisins (k-NN : k-Nearest Neighbors) et un modèle de forêt aléatoire (random forest).

1. Prédicand : variable que l'on cherche

2. Prédicteur : variable à partir de laquelle on veut prévoir le prédicand

	Ref	SVR
MAE	0.33	0.38
MSE	0.18	0.22
Distance euclidienne	0.52	0.59
BRMSE	0.60	0.66
BCORR	0.91	0.91
Erreur sur l'amplitude	-0.05	-0.27
Erreur sur l'angle	-2.8°	0.60°
Précision	72%	71%
Précision à une phase près	100%	99%

Tableau 1 – Scores de l'analyse de ECMWF (Ref) et de l'analyse par régression (SVR) comparées à l'analyse du BoM.

Nous avons également utilisé deux modèles de deep learning. Leur construction repose sur les neurones formels, qui consistent en une fonction affine suivie par une fonction d'activation (qui bascule le neurone dans un état activé ou désactivé). Un neurone formel seul permet déjà de faire la régression ou de la classification, mais ne permet pas la non linéarité. En assemblant plusieurs neurones en couches successives, le modèle devient non linéaire. Nous utilisons un perceptron multicouche (MultiLayer Perceptron, MLP), qui est un réseau de neurones complètement connecté. Ce type de réseau ne tire pas parti a priori de la corrélation spatiale des données, comme par exemple de la cohérence spatiale de la MJO. Une façon d'y remédier est d'appliquer une ou plusieurs opérations de convolution avant de passer par un réseau complètement connecté. On parle de réseau de neurone convolutif (Convolutional Neural Network, CNN). Toutes les méthodes mises en oeuvre sont détaillées dans le rapport.

Pour évaluer la qualité de notre régression, l'indice RMM prévu par le modèle statistique est confronté à l'indice RMM de l'analyse du BoM. L'indice RMM prévu directement par le modèle de ECMWF est également confronté à l'indice RMM du BoM et sera notre référence dans cette étude. Cette évaluation s'effectue par un ensemble de scores, qui seront présentés lors de l'analyse des résultats.

Dans la section suivante, nous présentons les résultats obtenus avec ces différentes méthodes d'IA.

4 Résultats

Nous présentons dans cette partie les résultats que nous avons obtenus. Dans le temps imparti au projet, nous nous sommes concentré sur l'étude du membre de contrôle du modèle ECMWF ensembliste. Dans un premier temps, nous avons travaillé en mode analyse, c'est à dire à l'échéance 0 du modèle (sec. 4.1). Dans un second temps, nous avons travaillé en mode prévision, jusqu'à l'échéance à 32 jours du modèle (sec. 4.2).

4.1 En mode analyse

Cette première étape de l'étude s'effectue en mode analyse, à l'échéance 0 du modèle. Afin d'évaluer la capacité du modèle de PNT à diagnostiquer correctement l'indice RMM de la MJO, nous comparons son indice à l'échéance 0 (calculé par ACP) à l'indice RMM de l'analyse du BoM, à l'aide de scores (tableau 1, colonne Ref). Tous ces scores vont nous servir de référence pour la suite de notre étude. Le détail de ces scores nous indique que le modèle ECMWF présente un biais, même à l'échéance 0. Ensuite nous mettons en place un modèle d'IA (SVR) permettant de diagnostiquer l'indice RMM du BoM à partir d'un ensemble de champs du modèle de ECMWF : OLR, U850 et U200. Sa performance est évaluée par le même jeu de scores (tableau 1, colonne SVR). Les

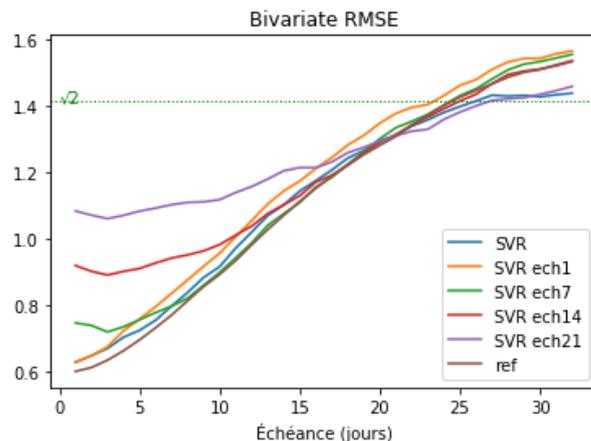


FIGURE 1 – BRMSE en mode prévision

autres modèles d'IA mis en oeuvre ne sont pas présentés ici. Les scores mis en évidence en vert sont les meilleurs obtenus par IA, toutes méthodes confondues, et ceux en rouge sont les moins bons.

Les scores MAE, MSE et distance euclidienne sont moins bons pour le SVR que pour la référence, mais restent toutefois les meilleurs parmi les modèles d'IA que nous avons mis en oeuvre. La BRMSE, bien que non nulle, reste bien en dessous du seuil de $\sqrt{2} \approx 1.41$ au delà duquel l'information fournie par le modèle n'est plus pertinente, pour la référence comme pour le SVR. De même pour la BCORR, qui reste supérieure au seuil de 0.5, sans toutefois atteindre 1. Le modèle d'IA égale même la référence, avec une valeur de 0.91. L'erreur sur l'amplitude nous indique un biais important de sous-estimation de l'intensité de la MJO pour le SVR (-0.27). C'est le point négatif de ce modèle d'IA. L'erreur sur l'angle nous indique un biais négatif de la référence (-2.8°), donc une tendance à un retard de MJO dans son parcours d'ouest en est (parcours trigonométrique de l'espace des phases). Ce biais est corrigé par le SVR (0.60°). La précision correspond au pourcentage d'évènements pour lesquels la phase a été diagnostiquée correctement, pour les évènements à la fois observés (BoM) et diagnostiqués (ECMWF) intenses. Nous obtenons ici une précision de 72% pour la référence et 71% pour le SVR, une valeur très proche. En opérationnel, une information avec un erreur de plus ou moins une phase est déjà intéressante et donne une idée de la localisation de la MJO. La précision à une phase près est de 100% pour la référence et 99% pour le SVR.

4.2 En mode prévision

Cette deuxième étape de l'étude s'effectue en mode prévision, de l'échéance J+1 à l'échéance J+32. Dans l'ensemble de cette étape, nous effectuons la régression à partir des trois variables utilisées dans le calcul classique de l'indice RMM (OLR, U850 et U200) ainsi que de TCW, qui permet d'améliorer légèrement les résultats. Nous avons utilisé dans cette partie les deux méthodes qui se sont avérées les plus performantes en mode analyse : SVR et MLP. Nous ne présentons ici que la méthode donnant les meilleurs résultats en mode prévision : le SVR. Avec ce modèle SVR, deux méthodes d'apprentissage sont mises en oeuvre. La première consiste à entraîner le modèle à une échéance puis à l'évaluer sur cette même échéance, et ceci pour toutes les échéances. Les paramètres du modèle sont réinitialisés puis réentraînés pour chaque échéance. Nous désignons par la suite ce modèle par SVR. La deuxième méthode consiste à entraîner le modèle à une échéance donnée (1, 7, 14 ou 21 jours) puis à l'évaluer sur l'ensemble des échéances. Ces méthodes sont désignées par *ech1*, *ech7*, *ech14* ou *ech21*. Les résultats sont présentés en

figure 1. La ligne marron représente les scores de la référence (RMM du modèle ECMWF comparé à RMM du BoM). Les autres lignes présentent chacune des méthodes d'entraînement, en fonction de l'échéance. De manière générale, tous les scores se dégradent naturellement avec l'échéance. Pour toutes les méthodes d'IA, leurs scores sont moins bons que la référence sur les premières échéances. Selon l'échéance d'entraînement choisie, elles battent cependant la référence pour certaines échéances. D'autre part, l'échéance d'entraînement choisie calibre et optimise le modèle pour la prévision autour de cette échéance. Cela apparaît nettement sur les courbes de score aux courtes échéances (5 premiers jours), avec l'entraînement à l'échéance 21 étant de loin le plus mauvais, suivi par l'entraînement à l'échéance 14, 7 puis 1. Cette tendance est inversée sur les échéances les plus lointaines (5 derniers jours). La BRMSE permet d'avoir comme information la prévisibilité. En effet, au delà de $\sqrt{2}$, l'information donnée par le modèle n'est pas jugée fiable. Le seuil de prévisibilité avec la référence est alors de 24 jours. Avec *ech1* il est plus faible, donc moins intéressant. Avec *ech7* et *ech14* il est similaire. Avec *SVR* il est de 25 jours et avec *ech21* il est de 26 jours. L'application de la méthode d'IA *ech21* permet alors de gagner 2 jours de prévisibilité de MJO. Le modèle *ech21* bat la référence dès le jour 21. Finalement, le post-traitement du modèle de PNT par des méthodes d'IA permet effectivement d'améliorer ses performances de prévision de la MJO par diagnostic de l'indice RMM mais de manière inégale selon les échéances. Elle permet également d'améliorer le seuil de prévisibilité de la MJO de 2 jours.

5 Conclusions et perspectives

Cette étude s'inscrit dans un contexte de prévision aux échéances intra-saisonnières, de 2 semaines à 2 mois. Nous nous sommes concentrés dans le cadre de ce projet sur le diagnostic de la MJO par régression de l'indice RMM. L'objectif de ce travail a d'abord été d'évaluer la capacité de différentes méthodes d'IA à détecter la phase et l'intensité de la MJO à l'échéance 0 (*i.e.* en mode analyse). Ensuite, l'objectif a été d'appliquer ces méthodes à la prévision de MJO pour des échéances allant jusqu'à la semaine 4 voire au delà (J+32).

Nous avons montré que les méthodes de régression par IA, de machine learning ou de deep learning, sont capables d'établir un bon diagnostic de l'indice RMM de la MJO. L'analyse du BoM est bien retrouvée par régression à partir de l'échéance 0 du modèle S2S de ECMWF. Nous avons montré que cette tâche est double : elle consiste à la fois en un diagnostic de l'indice RMM et en un débiaisage du modèle par rapport à l'analyse du BoM. Ce débiaisage est un atout par rapport à la méthode classique, à laquelle il faudrait ajouter une calibration pour arriver au même résultat. Le modèle SVR s'est avéré être le modèle le plus performant. Il permet une précision de 71% sur le diagnostic de la phase d'une MJO intense. En revanche, il faut noter sa tendance à sous-estimer l'intensité de la MJO, avec une erreur sur l'amplitude de -0.27. En mode prévision, cette méthode d'IA s'est montrée performante en permettant d'améliorer la prévision de MJO. Elle permet à la fois d'obtenir des prévisions plus fiables et de repousser le seuil de prévisibilité de 2 jours. Les méthodes de régression linéaire et de MLP se sont avérées moins intéressantes que le SVR mais tout de même performantes. Les modèles de CNN, de k-NN et de forêt aléatoire n'ont pas permis d'obtenir de bons résultats.

Les perspectives à cette étude sont multiples. Il serait intéressant de mettre en oeuvre des méthodes d'IA exploitant la nature propagatrice de la MJO, grâce à l'information temporelle des données. Cette piste est en cours d'exploration dans l'équipe Cyclones du LACY, avec un réseau de neurone récurrent : le LSTM (Long Short-

Term Memory). D'autre part, il pourrait être intéressant d'améliorer certains de nos modèles d'IA, notamment concernant le biais négatif sur l'intensité de la MJO. Des méthodes de correction statistiques à ajouter pourraient s'avérer utiles. Enfin, il s'agit maintenant d'exploiter le caractère ensembliste du modèle S2S global de ECMWF pour extraire d'autres informations sur l'évolution possible de l'atmosphère.

Disponibilité des données.

- Projet PISSARO : <http://fr.pissaro.re/>
- Projet S2S : <http://s2sprediction.net/>
- Indice RMM de l'analyse temps réel du BoM : <https://iridl.ldeo.columbia.edu/SOURCES/BoM/MJO/RMM/>
- Modèle S2S global EPS de ECMWF : <https://apps.ecmwf.int/datasets/data/s2s-reforecasts-instantaneous-accum-ecmf>
- Indices RMM du modèle global EPS de ECMWF : <ftp://s2sidx@acquisition.ecmwf.int/>

Références

- Brunet, G., et al., 2010 : Collaboration of the weather and climate communities to advance subseasonal-to-seasonal prediction. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **91** (10), 1397–1406, doi :10.1175/2010BAMS3013.1.
- Dasgupta, P., A. Metya, C. V. Naidu, M. Singh, and M. K. Roxy, 2020 : Exploring the long-term changes in the madden julian oscillation using machine learning. *Scientific Reports*, **10** (1), 18 567, doi :10.1038/s41598-020-75508-5.
- Kim, H., F. Vitart, and D. E. Waliser, 2018 : Prediction of the madden–julian oscillation : A review. *Journal of Climate*, **31** (23), 9425 – 9443, doi :10.1175/JCLI-D-18-0210.1.
- Madden, R. A. and P. R. Julian, 1971 : Detection of a 40–50 day oscillation in the zonal wind in the tropical pacific. *Journal of Atmospheric Sciences*, **28** (5), 702 – 708, doi :10.1175/1520-0469(1971)028<0702:DOADOI>2.0.CO;2.
- Toms, B. A., K. Kashinath, Prabhat, and D. Yang, 2020 : Testing the reliability of interpretable neural networks in geoscience using the madden-julian oscillation. *Geoscientific Model Development Discussions*, **2020**, 1–22, doi :10.5194/gmd-2020-152.
- Wheeler, M. C. and H. H. Hendon, 2004 : An all-season real-time multivariate mjo index : Development of an index for monitoring and prediction. *Monthly Weather Review*, **132** (8), 1917 – 1932, doi :10.1175/1520-0493(2004)132<1917:AARMMI>2.0.CO;2.